指数発散を伴う変動に対する非定常成分の分離

[a] 東京工業大学大学院総合理工学研究科知能システム科学専攻
[b] ソニーコンピュータサイエンス研究所
渡辺 広太 [a,1], 高安 秀樹 [b], 高安 美佐子 [a]

概要

株価時系列データからその奥に潜む動力学を明らかにする際、時系列が含む雑音を除く事は、非常に重要なテーマである。そのため今回は AR モデル [1] を応用し、雑音の除去を試み、その結果から株価時系列の定常性を議論する。

1 手法

1.1 時系列の定常化

非定常な株価時系列に AR モデルを応用する際、時系列の定常化は大きな問題となる。これまでは、価格 $P(t)$ の差の時系列を取ったり、価格の平均値を差し引いた時系列に変換することによって、時系列の定常化を行ってきた。しかし、これらの方法は極端に非定常なデータに対しては適用できなかったり、トレンドを消してしまう可能性がある。そこで、今回は株価変動には指数関数的なトレンド（非定常性）があると考え、それを分離するため、以下のような関係を仮定する。

$$\begin{aligned} P(t) &= \omega_1(T)P(t-1) + (1-\omega_1(T))P_0(T) + F(t) \\ &= \omega_1(T)P(t-1) + P_\omega(T) + F(t) \end{aligned} \tag{1}$$

ここで、$\omega_1(T)$,$P_0(T)$ は時系列の振る舞いを特徴付ける値で、価格 $P(t)$ とは異なるスパンで変化する値とする。これらの値は、残差項 $F(t)$ が、

$$< F(t)^2 >= min \tag{2}$$

を満たすように決定される。この方法によって、$F(t)$ を 0 周りの定常と見なせる時系列に変換する事が可能であると考えられる。

1.2 残差項 $F(t)$ の時系列に対し、Yule-Walker 法を適用する

$F(t)$ の時系列に対し、定常 AR モデルの決定法として有名な Yule-Walker 法を適用し、

$$F(t) = \sum_{i=1}^{k} a_i(T)F(t-i) + N(t) \tag{3}$$

を決定する。ここでは $N(t)$ が無相関な時系列、つまり雑音になる事が要求されている。

[1] watanabe@smp.dis.titech.ac.jp

1.3 最終的なモデルを決定する

$$
\begin{aligned}
P(t) &= \sum_{i=1}^{k+1} \Omega_i(T) P(t-i) + \left(1 - \sum_{i=1}^{k+1} \Omega_i(T)\right) P_0(T) + N(t) \\
&= \sum_{i=1}^{k+1} \Omega_i(T) P(t-i) + P_\Omega(T) + N(t) \qquad (4)
\end{aligned}
$$

を最終的なモデルとする。ここで、$N(t)$ が無相関になっていれば、動力学と雑音が分離できたと考えられる。(4) 式において、ノイズ $N(t)$ を除いた動力学は最適移動平均 [2] と呼ばれる。ここで、$\Omega_i(T)$ は以下のように書け、ここから時系列の定常性を AR オペレータの特性方程式 [1] によって判断する。

$$
\begin{aligned}
\Omega_1(T) &= a_1(T) + \omega_1(T) && (5) \\
\Omega_i(T) &= a_i(T) - a_{i-1}(T)\omega_1(T) \qquad (2 \le i \le k) && (6) \\
\Omega_{k+1}(T) &= -a_k(T)\omega_1(T) && (7)
\end{aligned}
$$

2 結果

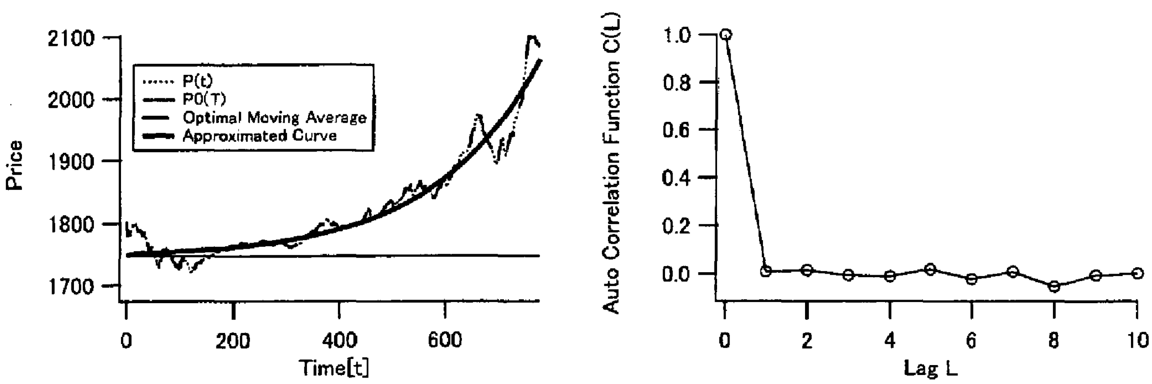

図 1: 左図：Yahoo! Inc.(NASDAQ 市場) のある 1 日の 30 秒平均株価変動 (価格 $P(t)$,$P_0(T)$, 最適移動平均線, 近似曲線 (トレンド線)) 右図:左図における $N(t)$ の自己相関関数)

図を見ると、最適移動平均線が時系列を追っており、且つ $N(t)$ がほぼ無相関である事がわかり、ダイナミクスと雑音とが分離できたと考えられる。また $\Omega_i(T)$ と $P_0(T)$ より見積もったトレンド線も、時系列のトレンドをよく表しており、AR オペレータ特性方程式からもこの時系列の非定常性が見て取れた。

参考文献

[1] 北川源四郎著『時系列解析入門』(岩波書店、2005 年)

[2] Takaaki Ohnishi, Takayuki Mizuno, Kazuyuki Aihara, Misako Takayasu and Hideki Takayasu, Proceedings of "Practical Fruits of Econophysics" (edited by H. Takayasu, Springer,62-66,2005)